

2010191102

40

Муниципальный отдел по образованию, молодежной политике  
 администрации Павловского муниципального района Воронежской области  
 Муниципальный отдел по образованию, молодежной политике

1	2	3	4	5
2	4	7		0

Всего 168.

№2

$$a^4 - 2b^2 + b^4 - 2c^2 + c^4 - 2a^2 = a + b + c = -3$$

$$a^4 - 2a^2 + b^4 - 2b^2 + c^4 - 2c^2 = -3$$

$$(a^4 - 2a^2 + 1) + (b^4 - 2b^2 + 1) + (c^4 - 2c^2 + 1) = 0$$

$$a^4 - 2a^2 + 1 = b^4 - 2b^2 + 1 = c^4 - 2c^2 + 1 = 0 \Rightarrow a = b = c$$

$$a^4 - 2a^2 + 1 = 0$$

$$\text{Пусть } a^2 = t$$

$$t^2 - 2t + 1 = 0 \text{ по т. Виета}$$

$$t_1 = 1$$

$$\text{Тогда } a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

$$a + b + c = -3, \text{ если } a = b = c$$

$$3a = -3$$

$$a = -1$$

$$\text{Отв.: } a = b = c = -1.$$

Проверка:

$$\begin{aligned} a^4 - 2b^2 + b^4 - 2c^2 + c^4 - 2a^2 &= \\ = (-1)^4 - 2(-1)^2 + (-1)^4 - 2(-1)^2 + (-1)^4 - & \\ - 2(-1)^2 &= 1 - 2 + 1 - 2 + 1 - 2 = \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$a + b + c = -1 + -1 + -1 = -3$$

Для  $a \neq b \neq c$  условия  
 работать не будут

№3

$$y = x^3 + px + q \quad f(-1) = 0 \quad f(-1) - \text{максимум функции}$$

$$y' = 3x^2 + p$$

$$y'(-1) = 3 + p = 0 \Rightarrow p = -3$$

$$y f(-1) = -1 - p + q = 0$$

$$q = p + 1$$

$$q = -2$$

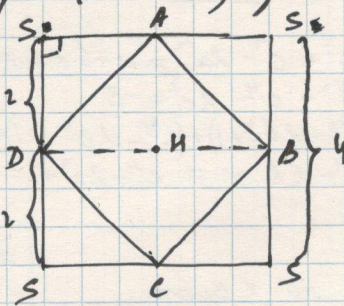
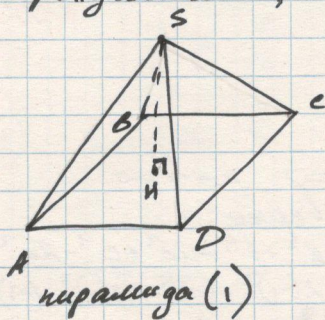
$$\Rightarrow y = x^3 - 3x - 2$$

$$\text{Проверка } f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$$

$$\text{Отв.: } p = -3; q = -2$$

н 4

Т.к. по условию пирамиду разрезаем по боков. ребрам и разогнуть, то сторона квадрата состоит из одного ребра, которое взяли 2 раза. Чтобы из пирамиды получился квадрат, она должна быть правильной, а ребра (боковые) равны  $4:2=2$



Тогда  $\angle ASD = \angle ASB = \angle BSC = \angle CSD = 90^\circ$   
 $AS = BS = CS = DS = 2 = \frac{1}{2} SS$  (по рис. 2)

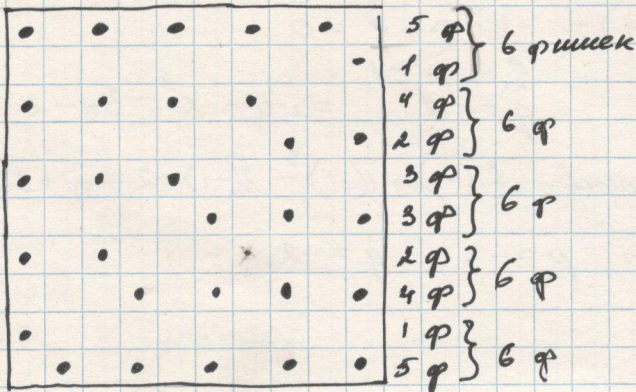
$SS = DB = 4$  (по квадрату)  
 $SD = SB = 2 \Rightarrow SD + SB = DB = 4 \Rightarrow \triangle SBD$  —  
 не существует (по рис. 1)  $\Rightarrow$  такой  $\triangle ABCDS$  не может  
 не может быть  $\Rightarrow$  такого квадрата не может  
 быть.

Отв.: получить такой квадрат невозможно,  
 а значит ответа нет.

н 5

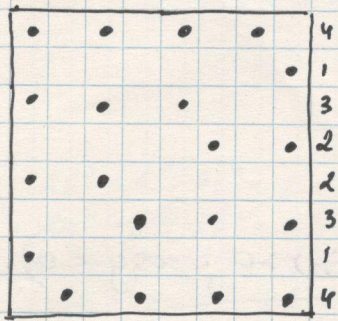
Отв.: 2550

~~Пример~~  
 Пример  
 расстановки  
 на доске  
 10x10



для поля  $10 \times 10$  кол-во фишек  $A = (10:2)(10:2+1) = 30$

для поля  $8 \times 8$  кол-во фишек  $N = 4 \cdot 5 = 20$



4 Пример расстановки фишек  
1 для доски  $8 \times 8$   
3  
2  
2  
3  
1  
4

Для  $N < 2550$  данная расстановка работать не будет, т.е. условие не будет выполнено

05.

Значит для поля  $100 \times 100$   $N = 50 \cdot 51 = 2550$

н 1

$$\sin x \cos y + 1 \geq \sin x + \cos y$$

Докажем истинность

~~выражения~~  
~~выражения~~  
для  $\cos y \in [-1; 0)$  и  $\cos y \in [0; 1]$  отдельно

$$\sin x \in [-1; 1]$$

$$\cos y \in [-1; 1]$$

1)  $\cos y = 1$   
 $\sin x \cdot 1 + 1 \geq \sin x + \cos 1$   
 $\sin x + 1 \geq \sin x + 1 \quad \checkmark (\text{доказано})$

2)  $\cos y = 0$   
 $1 \geq \sin x \quad \checkmark (\text{доказано})$

3)  $\cos y = -1$

$$1 - \sin x \geq \sin x - 1$$

$\sin x \geq 0$	$\sin x < 0$
$1 - \sin x \geq 0$	$1 - \sin x \geq 0$
$\sin x - 1 \leq 0$	$\sin x - 1 < 0$

$\downarrow$	$\downarrow$
$1 - \sin x \geq \sin x - 1$	$1 - \sin x \geq \sin x - 1$
$\checkmark (\text{доказано})$	$\checkmark (\text{доказано})$

$$\sin x = 0$$

$$1 \geq -1 \quad \checkmark (\text{доказано})$$

Для  $\sin x$  доказано автоматически

Пример: 1)  $\sin x = \cos y = \frac{3}{4}$  ( $\sin x = \cos y$ )

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + 1 \geq \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{16} + 1 \geq \frac{6}{4}$$

$$1 \frac{9}{16} \geq 1 \frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{16} \geq \frac{8}{16}$$

$\sqrt{(90^\circ - \alpha)}$

2)  $\sin x = \frac{3}{4}$   $\cos y = -\frac{3}{4}$  ( $\sin x > 0$ ;  $\cos y < 0$ )

$$-\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + 1 \geq \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$1 - \frac{9}{16} \geq 0$$

$$\frac{7}{16} \geq 0 \quad \sqrt{(90^\circ - \alpha)}$$

3)  $\sin x = -\frac{2}{5}$   $\cos y = \frac{3}{7}$  ( $\sin x < 0$ ;  $\cos y > 0$ )

$$-\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} + 1 \geq -\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$$

$$-\frac{6}{35} + 1 \geq \frac{1}{35}$$

$$\frac{29}{35} \geq \frac{1}{35} \quad \sqrt{(90^\circ - \alpha)}$$

4)  $\sin x = \frac{2}{7}$   $\cos y = \frac{5}{9}$  ( $\sin x > 0$ ;  $\cos y > 0$ )

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{9} + 1 \geq \frac{2}{7} + \frac{5}{9}$$

$$\frac{10}{63} + 1 \geq \frac{53}{63}$$

$$1 \frac{10}{63} \geq \frac{53}{63} \quad \sqrt{(90^\circ - \alpha)}$$

5)  $\sin x = -\frac{3}{4}$   $\cos y = -\frac{2}{3}$  ( $\sin x < 0$ ;  $\cos y < 0$ )

$$-\frac{3}{4} \cdot -\frac{2}{3} + 1 \geq -\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{12} + 1 \geq -\frac{17}{12} \quad \sqrt{(90^\circ - \alpha)}$$

25.